



**Zadania na XIV Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejki
Poziom I**

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Etap powiatowy

15 lutego 2014 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Do okręgu o średnicy $AB = 2r$ poprowadzono styczną s w punkcie P leżącym na okręgu. Wiedząc, że $AP = k$ ($k > 0$), obliczyć sumę odległości punktów A , B od tej prostej stycznej. Rozpatrz wszystkie przypadki.
2. Trzy osoby, pracując razem, wykonują pewną pracę w ciągu 4 godzin. Natomiast pierwsza osoba z drugą wykonałyby tę pracę w ciągu 6 godzin, a pierwsza z trzecią – w ciągu 8 godzin. W ciągu ilu godzin wykonałyby tę pracę każda z osób: pierwsza, druga i trzecia, pracując samodzielnie?
3. Rozwiąż równanie z niewiadomą x :

$$\frac{36 \cdot 18^n - 8 \cdot 2^{n-4} \cdot 9^n - 3^{n+1} \cdot 6^{n+1}}{18^{n-1}} = \frac{5}{2} \cdot x \cdot \left(\frac{0,125 \cdot \sqrt[3]{4}}{4 \cdot 8^{\frac{-2}{3}} - \left(\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{4}} \right)^{-3}} \right)^{-0,75},$$

gdzie n oznacza dowolną liczbę naturalną.

4. W trójkącie ostrokątnym ABC , długość boku AB jest równa 10, długość środkowej AK wynosi 9 (K – środek boku BC), a długość wysokości BL wynosi 8. Oblicz pole trójkąta ABC .
5. Udowodnij, że $\underbrace{22\dots2}_n + \underbrace{33\dots3^2}_n = \underbrace{11\dots1}_{2n}$.

Powodzenia!